**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования Красноярского края**

**Управление образования администрации Курагинского района**

**МБОУ Ирбинская СОШ №6**

| РАССМОТРЕНО | СОГЛАСОВАНО | УТВЕРЖДЕНО |
|---|---|---|
| на методическом объединении | заместитель директора по УВР | директор МБОУ Ирбинской СОШ №6 |
| __Руководитель МО____________ Юрченко Г.Н. | ____________ Карташова Е.А. | ____________ Т.А. Наприенко |
| Протокол №1 от «30» августа 2023 г. | «31» августа 2023 г. | Приказ №67 от «31» августа 2023 г. |

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

Курса по выбору « Подготовка к ОГЭ по математике»

для обучающихся 9-го класса

Учитель, реализующий программу: Юрченко Галина Николаевна

**пгт. Большая Ирба, 2023**

## Пояснительная записка.

Рабочая программа составлена на основе Федерального Государственного образовательного стандарта основного общего образования, рассчитана на 17 часов, ориентирована на учащихся 9-го класса и направлена на обеспечение подготовки к экзамену по математике.

**Цели курса:**

1.Обобщение, углубление и систематизирование знаний по решению текстовых задач.

2.Определение уровня способности учащихся и их готовности в дальнейшем к профильному обучению в школе.

3.Развитие продуктивного мышления учащихся.

4.Развитие устойчивого интереса учащихся к изучению математики.

5.Воспитание понимания, что математика является инструментом познания окружающего мира.

**Задачи курса:**

1.Вооружить учащихся системой знаний по решению текстовых задач.

2.Сформировать умения и навыки при решении разнообразных задач различной сложности.

3.Способствовать формированию познавательного интереса к математике, развитию творческих способностей учащихся.

4.Повысить уровень математической подготовки учащихся.

5.Развивать и укреплять межпредметные связи.

6.Применять математические знания в решении проблемных задач.

7.Формировать независимость, гибкость и критичность мышления.

8.Развивать исследовательскую и проектную деятельность учащихся.

9.Обеспечить условия для самостоятельной творческой работы.

**В процессе обучения решению задач ученики должны в известной мере овладевать идеями школьной математики, а именно:**

-функциональной зависимости,

-равенства, неравенства,

-тождественных преобразований,

-соответствия, порядка, расположения, непрерывности,

-доказуемости заключений относительно свойств пространственных форм и количественных соотношений в них,

-применимости числа и меры к явлениям окружающего мира.

**Ожидаемые результаты.**

**В результате изучения курса учащийся должен:**

1.Усвоить основные типы, приемы и методы решения задач;

2.Применять способы и методы их решения;

3.Проводить полное обоснование при решении задач;

4.Овладеть исследовательской и проектной деятельностью.

## 2. Тематическое планирование учебного материала

| № п/п | Темы занятий | Ко-во час | Дата проведения |
|---|---|---|---|
| 1. | **Введение. Роль текстовых задач в школьном курсе математики.** | **1** | 09.01 |
| 2. | **Задачи на пропорциональность** | **2** | 16.01. , 23.01 |
| 3. | **Задачи на движение.** | **4** | 30.01. . 06.02 ,13.02, 20.02,27.02 |
| 4. | **Задачи на совместную работу и производительность труда.** | **2** | 05.03, 12.03. |
| 5. | **Задачи на сплавы и смеси.** | **2** | 19.03, 02.04., |
| 6. | **Задачи на проценты.** | **2** | 0 9.04, 16.04. |
| 7. | **Экономические задачи.** | **2** | 23.04.,07.05. |
| 8. | **Задачи на графах** | **1** | 14.05, |
| 9. | **Промежуточная аттестация** | **2** | 21.05,21.05 |
| | ВСЕГО | **17** | |

## 3. Содержание программы курса

**Тема 1. Введение.** Роль текстовых задач в школьном курсе математики. Виды текстовых задач и их примеры. Этапы решения текстовой задачи. Решение текстовой задачи. Решение текстовых задач арифметическими приемами (по действиям). Решение текстовых задач методом составления уравнения, неравенства или их системы. Решение текстовой задачи с помощью графика. Чертеж к текстовой задаче и его значение для построения математической модели.

**Тема 2. Задачи на пропорциональность**. Прямая и обратная пропорциональности.

**Тема 3. Задачи на движение.** Движение из разных пунктов навстречу друг другу. Движение из одного пункта в другой в одном направлении. Движение из одного пункта в разных направлениях. Движение из разных пунктов в разные направления. Движение из разных пунктов в одном направлении. Движение тел по течению и против течения. Равномерное и равноускоренное движение тел по прямой линии в одном направлении и навстречу друг другу. Движение по окружности. Графики движения в прямоугольной системе координат. Чтение график движения и применение их для решения текстовых задач.

**Тема 4. Задачи на совместную работу и производительность труда.** Формула зависимости объема выполненной работы от производительности и времени ее выполнения. Особенности выбора переменных и методики решения задач на работу. Вычисление неизвестного времени работы. Задачи на «бассейн», наполняемый разными трубами одновременно. Составление таблицы данных задачи на работу и ее значение для составления математической модели.

**Тема 5. Задачи на смеси и сплавы.** Формула зависимости массы или объема вещества в сплаве, смеси, растворе («часть») от концентрации («доля») и массы или объема сплава, смеси, раствора («всего»). Особенности выбора переменных и методики решения задач на сплавы, смеси, растворы и ее значение для составления математической модели. Решение задач с помощью графика.

**Тема 6. Проценты**. Нахождение процента от числа. Нахождение целого от части. Процентное отношение. Задачи на смеси, растворы, сплавы. Последовательное снижение (повышение) цены товара. Банковские операции. Задачи на повышение (понижение) банковского кредита. Задачи на сложные проценты. Особенности выбора переменных и методики решения задач с экономическим содержанием.

**Тема 7. Экономические задачи.** Задачи на вклады, на вероятность и статистику. Особенности выбора переменных и методики решения задач с экономическим содержанием.

**Тема 8. Задачи на графах.** Задачи на плоских графах, раскраски графов, ориентированные графы, сети, алгоритмы решения задач.

.**При подготовке к элективному курсу использовалась следующая литература:**

-Александрова О.В. Математика. Информатика. Системный курс подготовки к экзаменам / О.В. Александрова, С.И.Бородина, А.В.Иванов, Ю.С. Семёнов. − М.: Издательство мир книги, 2008.−267с.

-Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: уч. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич – М.: Просвещение, 1999. – 271с.

-Горская Е.С.Творческие конкурсы учителей математики. Задачи и решения. / Е.С. Горская, А.Д.Блинков, И.В.Ященко. −М.: МЦНМО, 2008.− 287с.

-Григорьева Г. И. Элективный курс. Текстовые задачи: сложности и пути их решения. Алгебра 9 класс / Григорьева Г. И – Волгоград: ИТД «Корифей». 2007. – 112с.

-Данкова И.Н. Предпрофильная подготовка учащихся 9 классов по математике. / С.А. Антипова, проф. Ю.А. Савинкова. − М.: 5 за знания, 2006.−145с.

-Симонов А.С. Сложные проценты. / Математика в школе. – 2006. - № 6.

-Совайленко В.Е. Сборник развивающих задач. / В.Е. Совайленко Ростов – на – Дону: Легион, 2005. −256с.

-Темербекова А.А. Методика преподавания математики. Учебник для вузов./ Темербекова А.А. М.: Владос, 2003.− 282с.

-Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. / И.Ф. Шарыгин – М. Просвещение, 1989. – 252с.

-Шевкин А.В. Текстовые задачи. / Шевкин А.В. М.: Просвещение 1997. – 112с.

**Приложение к элективному курсу**

«Задачи на движение»

1. Два пешехода выходят навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 30 км. Если первый выйдет на 2 часа раньше второго, то он встретит второго пешехода через 4,5 часа после своего выхода. Если второй выйдет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого пешехода через 5 часов после своего выхода. С какой скоростью идет каждый пешеход?

Решение:

Пусть первый пешеход двигался со скоростью $(x)$ км/ч, а второй со скоростью $(y)$ км/ч. В первом случае один пешеход пройдет (4,5 x) км, а другой – (2,5 y) км. Во втором случае первый пешеход пройдет (3 x) км, а второй – (5 y) км. Зная, что расстояние между двумя пунктами равно 30 км, можем составить систему уравнений:

$$\begin{cases} 4{,}5x+2{,}5y=30 \\ 3x+5y=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x+5y=60 \\ 3x+5y=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x=30 \\ 5y=30-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ 5y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$$

Ответ: скорость первого пешехода 5 км/ч, а второго 3 км/ч.

2. Турист, находящийся в спортивном лагере, должен успеть к поезду на железнодорожную станцию. Если он поедет на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то опоздает на 30 минут. Если же он поедет на автобусе, скорость которого 40 км/ч, то приедет за 2 часа раньше до отхода поезда. Чему равно расстояние от лагеря до станции?

Решение:

Пусть расстояние от лагеря до станции равно (x) км. Тогда на велосипеде турист проедет это расстояние за $\frac{x}{15}$ ч, а на $\frac{x}{40}$ч. Зная, что в первом случае турист опоздает на 0,5 ч, а во втором приедет на 2 часа раньше срока, составим уравнение:

$$\frac{x}{15}-\frac{1}{2}=\frac{x}{40}+2$$

$$8x-60=3x+240$$

$$8x-3x=240+60$$

$$5x=300$$
$$x=60$$

Ответ: расстояние от лагеря до станции равно 60 км.

3. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 25 км, одновременно выехали автобус и автомобиль. Во время пути автомобиль сделал остановку на 2 мин., но в пункт B приехал на 3 мин. раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость

автобуса в 1,2 раза меньше скорости автомобиля.

Решение:

Пусть скорость автобуса (x) км/ч, тогда скорость автомобиля (1,2 x) км/ч. Таким образом, время движения автобуса $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч, а автомобиля $\left(\frac{25}{1,2x}\right)$ ч. Зная, что автомобиль сделал остановку на 2 мин., но приехал на 3 мин. раньше автобуса, составим уравнение:

$\frac{25}{x} - \left(\frac{25}{1,2x} + \frac{1}{30}\right) = \frac{1}{20}$ $2\,мин = \frac{1}{30}ч$

$3\,мин = \frac{1}{20}ч$

$ОДЗ: x \neq 0$

$$\frac{25}{x} - \frac{25}{1,2x} - \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{25}{x} - \frac{25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$\frac{25 \cdot 1,2 - 25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$\frac{30 - 25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$1,2x \cdot 5 = 5 \cdot 60$$

$$6x = 300$$
$$x = 50$$

$50 \cdot$ 1,2 = 60 (км/ч) – скорость автомобиля.

Ответ: 50 км/ч – скорость автобуса; 60 км/ч – скорость автомобиля.

4. Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения реки. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 часа.

Решение:

Пусть скорость течения реки равна (x) км/ч, тогда (8-x) км/ч – скорость катера против течения реки, а (8+x) км/ч – скорость катера по течению реки. Запишем и решим уравнение:

$$15 \cdot (8 - x) + 15 \cdot (8 + x) = 4(8 + x) \cdot (8 - x)$$
$$120 - 15x + 120 + 15x = 4 \cdot (64 - x^2)$$
$$240 = 256 - 4x^2$$
$$4x^2 = 256 - 240$$
$$4x^2 = 16$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \pm 2$$

т.к. x = -2 не подходит по смыслу задачи, то x=2.

Ответ: 2 км/ч – скорость течения реки.

5. На соревнованиях по картингу по кольцевой трассе один из картов проходил круг на 5 мин. медленнее другого и через час отстал от него ровно на круг. За сколько минут каждый карт проходил круг?

Решение:

Пусть первый карт проходит круг за (x) мин., тогда второй карт проходит круг за (x+5) мин. Составим и решим уравнение:

$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1(x+5);$ $ОДЗ: x \neq 0, x \neq -5$

$$60(x+5) - 60x = x^2 + 5x$$
$$60x + 300 - 60x = x^2 + 5x$$
$$x^2 + 5x - 300 = 0$$
$$x_1 = 15, \qquad x_2 = -20$$

Т.к. по смыслу задачи x 0, то x=15

1) 15 + 5 = 10 (мин.) время движения второго карта.

Ответ: за 15 минут первый карт проходит круг, за 20 мин. второй карт проходит круг.

6. Расстояние между двумя городами скорый поезд проходит на 4 часа быстрее товарного и на 1 час быстрее пассажирского. Найти скорости товарного и скорого поездов, если известно, что скорость товарного поезда составляет 5/8 от скорости пассажирского и на 50 км/ч меньше скорости скорого.

Решение:

Пусть x, км/ч – скорость товарного поезда (x>0), y, ч – время движения скорого поезда (y>0).

Составляем таблицу :

| Величины | Расстояние (км) | Скорость (км/ч) | Время (ч) |
|---|---|---|---|
| Процессы | | | |
| Скорый поезд | (x+50)y | x+50 ? | y |
| Пассажирский поезд | 8/5 x(y+1) | 8/5 x | y+1 |
| Товарный поезд | x(y+4) | x ? | y+4 |

По условию задачи поезда прошли одно и то же расстояние. Получаем систему уравнений

8/5 x(y+1) = x(y+4)

(x+50)y = x(y+4).

По условию задачи x>0, тогда

8(y+1) = 5(y+4)

(x+50)y = x(y+4),

3y = 12

(x+50)y = x(y+4),

y = 4

x+50 = 2x,

y = 4

x = 50.

Полученные значения неизвестных удовлетворяют условию x>0, y>0, значит удовлетворяют условию задачи.

50 км/ч – скорость товарного поезда.

50+50 = 100 (км/ч) – скорость скорого поезда.

Ответ: 50 км/ч, 100 км/ч.

«Задачи на совместную работу»

1. Две трубы при совместной работе могут наполнить бассейн за 4 часа. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 часов. За сколько часов может наполнить этот бассейн каждая труба в отдельности?

Решение:

Вся работа равна 1. Пусть первая труба заполнит бассейн за (x) час, а вторая – за (y) час. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{x}+\frac{4}{y}=1 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{2}=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y+4x=xy \\ x+y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(18-x)+4x=4(18-x) \\ y=18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-18x+72=0 \\ y=18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=12, \quad x_2=6 \\ y_1=6, \quad y_2=12 \end{cases}$$

$$x^2-18x+72=0$$
$$x_1=12, \quad x_2=6$$

Ответ: одна труба может заполнить бассейн за 12 час., а вторая – за 6 час.

2. Одна из труб может наполнить водой бак на 10 мин. быстрее другой. За какое время может наполнить этот бак каждая труба, если при совместном действии этих труб в течение 8 мин. было заполнено $\frac{2}{3}$ бака?

Решение:

Пусть одна труба заполняет бак за (x) мин., тогда вторая труба заполнит бак за (x + 10) мин. Составим и решим уравнение:

$$\frac{8}{x}+\frac{8}{x+10}=\frac{2}{3}$$

$$24(x+10)+24x=2x(x+10)$$
$$24x+240+24x=2x^2+20x$$
$$24x+24x-2x^2-20x+240=0$$
$$-2x^2+28x+240=0$$
$$x^2-14x-120=0$$
$$x_1=20, \quad x_2=-6 - \textit{не подходит по смыслу задачи}$$

1) 20 + 10 = 30 мин.

Ответ: первая труба заполнит бак за 20 мин., а вторая – за 30 мин.

3. Машинистка должна была напечатать за определенное время 200 страниц. Печатая в день на 5 страниц больше, чем планировала, она завершила работу на два дня раньше срока. Сколько страниц в день печатала машинистка?

Решение:

Пусть машинистка фактически набирала (x) страниц в день, тогда по плану она должна была набирать (x - 5) страниц в день. Таким образом планировалось напечатать 200 страниц за 200 : (x-5) дней, в то время как машинистка справилась с работой на 2 дня раньше. Составим и решим уравнение:

$\frac{200}{x-5}-\frac{200}{x}=2$ ОДЗ: $x\neq 0, x\neq 5$

$$200x-200(x-5)=2x(x-5)$$
$$200x-200x+1000=2x^2-10x$$
$$2x^2-10x-1000=0$$
$$x^2-5x-100=0$$
$$x_1=25 \quad x_2=-20 - \text{не подходит по смыслу задачи}$$

Ответ: машинистка печатала по 25 страниц в день.

4. Машинистка начала перепечатывать рукопись книги, через 4 часа к ней присоединилась вторая машинистка. Проработав 8 часов, они закончили перепечатку всей рукописи. За сколько часов каждая машинистка может перепечатать всю рукопись, если первой на это требуется на 8 часов больше, чем второй?

Решение:

Пусть первая машинистка может перепечатать всю рукопись за х часов, а вторая – за у часов. Тогда за 1 час первая машинистка печатает $\frac{1}{x}$ часть рукописи, а вторая - $\frac{1}{y}$ часть. Первая машинистка работала 4+8= 12 часов и напечатала $\frac{12}{x}$ часть рукописи, а вторая работала 8 часов и напечатала $\frac{8}{y}$ часть рукописи, вместе они напечатали всю рукопись, то есть 1.

Составим систему уравнений и решим ее

$$\begin{cases} \frac{12}{x}+\frac{8}{y}=1 \\ y=x-8 \end{cases}$$

$\frac{12}{x}+\frac{8}{x-8}=1$;

12x – 96+8x=x(x–8);

$x^2-28x+96=0, x_1=4, x_2=24.$

Если х=4,то у=–4 (не подходит по условию задачи).

Если х=24, то у=24–8=16.

Ответ: 24 ч, 16ч.

5. Бригада рабочих выполнила некоторое задание. Если бригаду уменьшить на 20 человек, то такое же задание она выполнит на 5 дней позже, чем при первоначальном составе, а если бригаду увеличить на 15 человек, то она выполнит задание на 2 дня раньше. Сколько рабочих было в бригаде первоначально и за сколько дней они выполнили задание?

Решение:

Пусть х рабочих выполнили задание за у дней; тогда по условию ху=(х–20)(у+5) и ху=(х+15)(у–2).

Запишем оба равенства в виде пропорции:

$$\frac{x-20}{x}=\frac{y}{y+5};\ \frac{x+15}{x}=\frac{y}{y-2}$$

Каждую пропорцию вида $\frac{a}{\text{в}}=\frac{c}{\alpha}$ заменим равносильной пропорцией вида $\frac{a-\text{в}}{\text{в}}=\frac{c-\alpha}{\alpha}$

Тогда получим $\frac{-20}{x}=\frac{-5}{y+5}; \frac{15}{x}=\frac{2}{y-2}$

Или $\begin{cases} -5x=-20(y+5), \\ 2x=15(y-2) \end{cases}$

$\begin{cases} x=4(y+5), \\ 2x=15(y-2) \end{cases}$

8(y+5)=15(y–2)

7y=70

У=10

Тогда x=60. Итак, в бригаде было 60 рабочих, которые выполнили задание за 10 дней.

Ответ: 60 рабочих, 10 дней.

«Работа и производительность труда»

Основными компонентами задач этого типа являются:

а) работа А (выполненная, выполняемая или планируемая к выполнению);

б) время Т (затраченное, используемое или необходимое для выполнения работы);

в) производительность труда N, т.е. работа, выполненная в единицу времени (фактическая или предполагаемая).

Указанные компоненты связаны между собой равенством $N \cdot T = A$.

К задачам на работу относятся и задачи на «бассейны», в которых основными компонентами являются:

а) объем V бассейна;

б) время Т, необходимое для заполнения (или опорожнения) бассейна;

в) скорость X наполнения бассейна.

Указанные компоненты связаны между собой равенством $X \cdot T = V$.

1. Первый рабочий может выполнить некоторую работу на 4 часа раньше, чем второй. Вначале они 2ч работали вместе, после чего оставшуюся работу выполнил один первый рабочий за час. За какое время может выполнить всю работу второй рабочий?

Решение.

Пусть объем всей работы А, производительность труда первого рабочего N1, второго – N2. Тогда первый рабочий выполнит всю работу за время $\frac{A}{N_1}$, второй $\frac{A}{N_2}$. Получаем уравнение: $\frac{A}{N_1}$ - $\frac{A}{N_2}$= 4.

Запишем второе условие задачи.

За два часа совместного труда рабочие сделали 2(N1 + N2), за час первый рабочий сделал N1, в итоге работа была выполнена: 2(N1 + N2) + N1 = A.

Получаем систему уравнений: $\begin{cases} \frac{A}{N_2} - \frac{A}{N_1} = 4; \\ 3N_1 + 2N_2 = A, \end{cases}$ из которой надо найти $\frac{A}{N_2}$.

Из второго уравнения имеем: N1 = $\frac{A-2N_2}{3}$

Подставив это выражение в первое уравнение, получаем: $\frac{A}{N_1}$- $\frac{3A}{A-2N_1}$= 4 или

A2 – 9 AN2 + 8N22 = 0. Отсюда имеем A = 8N2 ($\frac{A}{N_1}$=8), A = N2 ($\frac{A}{N_1}$=1).

Второе решение, очевидно, не подходит, так как один второй рабочий может сделать всю работу за один час, то это противоречит условию задачи.

Ответ: второй рабочий сделает всю работу за 8 часов.

2. Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать

заданный участок шоссейной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала только одна первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги одна вторая бригада, производительность труда которой выше, чем у первой бригады. В результате ремонт участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила ⅔ всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован заданный участок дороги каждой бригадой отдельно?

Решение:

Пусть x – количество дней, за которое отремонтирует заданный участок дороги первая бригада; y − количество дней, за которое отремонтирует заданный участок дороги вторая бригада;

Используя формулу $t_{совм}=\frac{t_1 t_2}{t_1+t_2}$ ,получим первое уравнение $\frac{xy}{x+y}=18$.

Первая бригада в свое время выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы, то есть она работала $\frac{2}{3}$ x дней. Вторая бригада выполнила $\frac{1}{3}$ всей работы и работала $\frac{1}{3}$ y дней. Получим второе уравнение:

$\frac{2}{3}$x + $\frac{1}{3}$y=40.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y}=18; \\ \frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y=40. \end{cases}$$

Из второго уравнения имеем 2x+y=120, тогда y=120−2x.

Подставим найденное выражение в первое уравнение и получим квадратное уравнение $x^2-69x+1080=0$, корнями которого являются $x_1=45, x_2=24.$ Тогда $y_1=30, y_2=72.$

Пара 24 и 72 не удовлетворяют условию задачи, так как производительность труда второй бригады выше, чем у первой бригады.

Ответ: 45 и 30 дней.

3. На одном из двух станков обрабатывают партию деталей на 3 дня дольше, чем на другом. Сколько дней продолжалась бы обработка этой партии деталей каждым станком в отдельности, если известно, что при совместной работе на этих станках втрое большая партия деталей была обработана за 20 дней?

Решение:

I станок – x дней

II станок – (x+3) дня

Производительность труда при совместном выполнении того же объема работы равна

$$w_{совм}=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3};$$

$$t_{совм}=\frac{1}{w_{совм}}=\frac{x(x+3)}{2x+3}$$

Если объем работы увеличивается втрое, то

$$t_{совм}=\frac{3x(x+3)}{2x+3}$$

Получим уравнение $\frac{3x(x+3)}{2x+3}=20$

3x(x+3) = 20(2x+3)

3 $x^2-31x-60=0$

$$x_1=\frac{5}{3};\ x_2=12$$

Если предположить, что количество дней – целое число, то каждый станок в отдельности обрабатывает эту партию деталей 12 и 15 дней.

Ответ: 12 и 15 дней.

4. Бригада слесарей может выполнить некоторое задание по обработке деталей на 15 ч скорее, чем бригада учеников. Если бригада учеников отработает 18 ч, выполняя это задание. А потом бригада слесарей продолжит выполнение задания в течении 6 ч, то и тогда будет выполнено только 0,6 всего задания. Сколько времени требуется бригаде учеников для самостоятельного выполнения этого задания?

Решение:

Составим таблицу :

| | Время выполнения всего количества работы | Производительность труда | Количество выполненной работы |
|---|---|---|---|
| Бригада Слесарей | x | $\frac{1}{x}$ | $\frac{6}{x}$ |
| Бригада учеников | x+15 | $\frac{1}{(x+15)}$ | $\frac{18}{(x+15)}$ |

Получаем уравнение $\frac{6}{x}+\frac{18}{(x+15)}=0{,}6$

$$\frac{6}{x}+\frac{18}{x+15}=\frac{3}{5}$$

Решая это уравнение, получаем корни 30 и -5(не подходит по условию задачи). Значит, бригаде слесарей требуется 30 часов для самостоятельного выполнения этого задания, тогда бригаде учеников требуется 45 часов. Ответ: 45 часов.

5.Две бригады трактористов пахали два участка земли (первая бригада − первый участок, вторая – второй), причем объем работ на втором участке втрое больше, чем на первом, первой бригаде на 6 трактористов меньше, чем во второй. Производительность труда всех трактористов одинакова. Бригады одновременно начали работу, и когда первая бригада закончила работу, вторая еще работала. Какое наименьшее число трактористов могло быть в первой бригаде?

Решение:

Пусть x – производительность труда каждого тракториста, y – количество трактористов в первой бригаде. Тогда xy – объем работы, выполненной первой бригадой за единицу времени, а время, затраченное первой бригадой на выполнение всей работы, равно $\frac{1}{xy}$.

Рассуждая аналогично, найдем время, затраченное второй бригадой на выполнение всей работы, оно равно $\frac{3}{x(y+6)}$.

$$\frac{1}{xy}\le\frac{3}{x(y+6)},\ 3y\ge y+6,\ y\ge 3.$$

Ответ: 3.

«Задачи на смеси и сплавы»

1. Сплав олова с медью весом 12 кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% меди.

Решение:

Составим таблицу :

| | 1 сплав | олово | 2 сплав |
|---|---|---|---|
| Масса сплава | 12 кг | х | 12+х |
| % содержания меди | 45% | | 40% |
| % содержания олова | 55% | 100% | 60% |
| Масса олова | 12·0,55=6,6 | х | (12+х)·0,6 |

6,6 + х = (12+х)·0,6
6,6 + х = 7,2 +0,6х
0,4х = 0,6
х = 1,5 кг

Ответ: 1,5 кг олова нужно добавить.

2. Морская вода содержит 8% по весу соли. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы содержание соли в последней составило 5%?

Решение:

Составим таблицу:

| | 1 состав | Пресная вода | 2 состав |
|---|---|---|---|
| Масса морской воды | 30 кг | х кг | 30 +х |
| % содержания соли | 8% | 0% | 5% |
| Масса соли | 30·0,08 | х·0 | (30+х)·0,05 |

30·0,08 = (30+х)·0,05
2,4 = 1,5 + 0,05х
0,05х = 0,9
х = 18 кг

Ответ: 18 кг пресной воды.

3. Из 38 тонн сырья второго сорта, содержащего 25% примесей. После очистки получается 30 тонн сырья первого сорта. Каков процент примесей в сырье первого сорта?

Решение:

Составим таблицу:

| | 2 сорт | примеси | 1 сорт |
|---|---|---|---|
| Масса сырья | 38 т | 8 т | 30 т |
| % содержания примесей | 25% | 100% | х% |
| Масса примесей | 38·0,25 | 8 | 30·0,01х |

38·0,25 – 8 = 30·0,01х
9,5 – 8 = 0,3х
0,3х = 1,5
х = 5%

Ответ: 5% примесей.

4. Определить сколько килограммов сухарей с влажностью 15% можно получить из 255 кг хлеба влажностью 45%?

Решение:

Составим таблицу:

| | хлеб | вода | сухари |
|---|---|---|---|
| Масса (кг) | 255 | х | 255-х |
| % влажности | 45 | 100 | 15 |
| Масса воды | 255·0,45 | х | (255-х)·0,15 |

$255 \cdot 0,45 - x = (255 - x) \cdot 0,15$
$114,75 - x = 38,25 - 0,15x$
$x - 0,15x = 114,75 - 38,25$
$0,85x = 76,5$
$x = 90$ кг воды
$255 - 90 = 165$ кг сухарей

Ответ: 165 кг сухарей.

5. Свежие грибы содержат по массе 90% воды, а сухие – 20%. Сколько надо собрать свежих грибов, чтобы из них получить 4,5 кг сухих грибов?

Решение:

Составим таблицу:

| | Свежие грибы | Вода | Сухие грибы |
|---|---|---|---|
| Масса (кг) | $x+4,5$ | $x$ | 4,5 |
| % содержание воды | 90 | 100 | 20 |
| Масса воды | $(x+4,5) \cdot 0,9$ | $x$ | $4,5 \cdot 0,2$ |

$(x+4,5) \cdot 0,9 = x + 4,5 \cdot 0,2$
$0,9x + 4,05 = x + 0,9$
$x - 0,9x = 4,05 - 0,9$
$0,1x = 3,15$
$x = 3,15 : 0,1$
$x = 31,5$ кг воды
$31,5 + 4,5 = 36$ кг свежих грибов

Ответ: 36 кг свежих грибов.

«Проценты»

1. В два магазина по одинаковой цене поступил товар. Через неделю в первом магазине все цены были снижены на 10%, а через неделю подняты на 20%. Во втором магазине через две недели цены были увеличены на 10%. В каком магазине через две недели после поступления товара цена ниже?

Решение:

Пусть А – первоначальная цена товара. Через неделю в первом магазине все цены были снижены на 10%, то есть товар стал стоить 0,9А; а через неделю подняты на 20%, следовательно, новая цена товара 1,2(0,9А) или 1, 08А.

Во втором магазине через две недели цены были увеличены на 10%, значит, товар стал стоить 1,1А.

Ответ: в первом магазине цена товара ниже.

2. Цена входного билета на стадион составила 80 руб. После снижения входной платы число зрителей увеличилось на 25%, а выручка возросла на 12,5%. Сколько стал стоить входной билет?

Решение:

Пусть x − первоначальное число зрителей. Тогда 80x рублей – прежняя выручка. А – новая цена входного билета. Число зрителей увеличилось на 25%, то есть стало 1,25x. Тогда 1,25xА

– новая выручка, и она возросла на 12, 5%, то есть 1,125(80x).

Получим уравнение 1,25xA=1,125(80x).

Или 1,25A=90, откуда A=72.

Ответ: 72 рубля.

3. Зонт стоил 360 руб. В ноябре цена зонта была снижена на 15 %, а в декабре еще на 10 %. Какой стала стоимость зонта?

Решение.

Стоимость зонта в ноябре составила 85 % от 360 руб., т.е. 360· 0,85 = 306 (руб.). Второе снижение цены происходило по отношению к новой цене зонта; теперь следует искать 90 % от 306 руб., т.е. 306· 0,9 = 275,4 руб.

Ответ: 275 руб. 40 коп.

4. При приеме на работу директор предприятия предлагает зарплату 4200 руб. Какую сумму получит рабочий после удержания налога на доходы физических лиц?

Решение:

1) (4200 - 400)· 0,13 = 494 руб. - налог

2) 4200 – 494 = 3706 руб.

Замечание: при начислении налога на доходы физических лиц нужно учитывать стандартный вычет 400 руб., налог 13 % берется от оставшейся суммы.

Ответ: 3706 руб.

5.Заработок рабочего повысился на 20 %, а цены на продукты и товары снизились на 15 %. На сколько процентов рабочий теперь на свой заработок может купить больше продуктов и товаров, чем прежде?

Решение:

Примем для простоты вычислений прежний заработок рабочего за 10 руб. и пусть он покупает только какой-то продукт по 1 руб. за килограмм, т.е. 10 кг. После повышения на 20 % заработок рабочего стал 12 руб., а цена продукта после снижения цены на 15 % 0,85 руб. за 1 кг. Теперь рабочий может купить 12 : 0,85 ▪ 14,1 (кг), т.е. на 4,1 : 10 = 0,41, т.е. на 41 % больше, чем прежде.

Ответ: на 41 % больше.

6. В газете сообщается, что с 10 июня согласно новым тарифам стоимость отправления почтовой открытки составит 3 руб. 15 коп. вместо 2 руб. 27 коп. Соответствует ли рост цен на услуги почтовой связи росту цен на товары в этом году, который составляет 14,5 %.

Решение: Разность тарифов составляет 0,4 руб., а ее отношение к старому тарифу равно 0,14545… Выразив это отношение в процентах, получим примерно 14,5 %.

Ответ: да, соответствует.

7. Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 250 руб. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4 % от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на неделю?

Решение.

Так как 4 % от 250 руб. составляют 10 руб., то за каждый просроченный день сумма оплаты будет увеличиваться на 10 руб. Если родители просрочат оплату на день, то им придется заплатить 250 + 10 = 260 руб., на неделю 250 + 10· 7 = 320 руб.

Ответ: 320 руб.

8. В хозяйстве за счет улучшения кормления коров жирность молока достигла 4,2%. При расчете на базисную жирность в 3,5% молокозавод засчитал хозяйству на 240 т молока больше, чем фактически продано заводу за год. Определите, сколько молока хозяйство фактически продало заводу?

Решение:

количество фактически проданного молока заводу за год примем за $(x)T$. Его жирность 4,2%. А при пересчете на жирность 3,5% завод к фактическому надою добавил $240T$, т.е. $(x+240)T$.

$$\downarrow \begin{matrix} xT - 4{,}2\% \\ (x+240)T - 3{,}5\% \end{matrix} \uparrow$$

$$\frac{x}{x+240} = \frac{3{,}5}{4{,}2}; \quad 4{,}2x = 3{,}5 \cdot (x+240)$$

$$6x = 5x + 210$$

$$x = 210$$

Ответ: фактически продано заводу молока 2100 т.

Опубликовано 01.11.16 в 07:21